

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA JUDEȚEANĂ

12.03.2011

CLASA A VI-A

1. Triunghiul  $ABC$  are  $AB = 6$  cm,  $AC = 6$  cm,  $BC = 10$  cm. Bisectoarea unghiului  $B$  intersectează dreapta  $AC$  în  $E$ , iar perpendiculara din  $C$  pe  $BE$  intersectează pe  $AB$  în  $P$ . Calculați perimetrul triunghiului  $AEP$ .
2. Pătratul  $ABCD$  are  $AB = 1$  cm. Fie  $P \in (AB)$ ,  $Q \in (AD)$  astfel încât perimetrul triunghiului  $APQ$  să fie de 2 cm. Demonstrați că  $m(\angle PCQ) = 45^\circ$ .
3. Stabiliți dacă există un număr  $a \in \mathbb{N}^*$ , diferit de 1, pentru care numărul 2010 să se scrie ca suma de trei numere naturale  $x, y, z$ , invers proporționale cu numerele  $a^n, a^{n+1}, a^{n+2}$ , unde  $n$  este un număr natural.
4. a) Aratați ca, oricum am alege cinci numere naturale, există printre ele trei cu suma divizibilă cu trei  
b) Aratați ca, oricum am alege 25 de numere naturale, există printre ele noua cu suma divizibilă cu noua;  
c) Determinați  $p \in \mathbb{N}$  pentru care numerele  $p, p+12, p+22, p+52, p+72, p+102$ , și  $p+132$  sunt prime;

NOTA. Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru trei ore.